SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 12 THPT
NĂM HỌC 2011 – 2012
Môn : Toán
(Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm 01 trang.

Câu 1. (*4,5 điểm*)

Cho hàm số $y = x^4 - 8m^2x^2 - 2$ (m là tham số)

1. Khi $m = 1$, gọi (C) là đồ thị của hàm số . Hãy viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 .
2. Tìm m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng 120^0.

Câu 2. (*5,0 điểm*)

1. Giải phương trình $\dfrac{\sin x - \sin 2x}{2\sqrt{3}\cos x - 2\sin 3x - \sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2+y^2}{xy} + \dfrac{2}{x+y} = \dfrac{1}{xy} \\ x^2 + y^2 - \dfrac{1}{x+y} = -x^2 + 2x + 1 \end{cases}$

Câu 3. (*3 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 2x - y - 5 = 0$ và đường thẳng $(d): 3x + 4y - 5 = 0$. Chứng minh rằng (d) cắt (T) tại hai điểm phân biệt B, C . Tìm trên (T) điểm A có hoành độ âm sao cho tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp $r = 1$.
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;0)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z + 2 = 0$, tam giác ABC nằm trong mặt phẳng (P) có $A(-1;-1;0)$. Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm H , biết $AH = \sqrt{2}$ và $BC \perp AM$.

Câu 4. (*2,5 điểm*)

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$; $B'C' = a\sqrt{5}$, các đường thẳng $A'B$ và $B'C$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45^0 , tam giác $A'AB$ vuông tại B , tam giác $A'CD$ vuông tại D .

1. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a .
2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD theo a .

Câu 5. (*3,0 điểm*)

Tính các tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \sin 2x}{1 + \sin x} dx \qquad J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2 + \tan^2 x\right) \ln\left(1 + \tan x\right) dx$$

Câu 6. (*2,0 điểm*)

Giả sử x ; y ; z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 2\left(x^3 + y^3 + z^3\right) - x^2 - y^2 - z^2 + 2xyz + 3 \ .$$

------- HẾT --------

Họ và tên thí sinh :…… Chữ ký của Giám thị số 1 : …….....
Số báo danh :……Chữ ký của Giám thị số 2 : …….....

http://kinhhoa.violet.vn